*Lycée Rue A.Amara* *Pr Hichem*
*Le Kef* *3^e M 1*

## ***Correction du devoir de contrôle n°3***

### ***Exercice 1:***

$$\begin{cases} 4B:0;0;1;-1 \\ 3N:-1;0;1 \\ 2V:-1;1 \end{cases}$$

1) $P(A)=\dfrac{C_4^3+C_3^3}{C_9^3}=\dfrac{5}{84}$

$P(B)=\dfrac{C_4^1\times C_3^1\times C_2^1}{C_9^3}=\dfrac{24}{84}$

$P(C)=\dfrac{C_4^1\times C_5^2}{C_9^3}=\dfrac{40}{84}$

$P(D)=\dfrac{C_3^3+C_3^2\times C_3^1+C_3^1\times C_3^2}{C_9^3}=\dfrac{19}{84}$

$P(E)=\dfrac{C_3^3+C_3^1\times C_3^2}{C_9^3}=\dfrac{10}{84}$

2) $P(F)=\dfrac{A_2^1\times A_7^2\times 3}{A_9^3}=\dfrac{252}{504}$

$P(G)=\dfrac{A_4^1\times A_3^1\times A_2^1\times 6}{A_9^3}=\dfrac{144}{504}$

$P(H)=\dfrac{A_5^3+A_4^1\times A_5^2\times 3+A_4^2\times A_5^1\times 3}{A_9^3}=\dfrac{420}{504}$

### ***Exercice2 :***

Soit $U$ la suite définie sur $\mathbb{N}$ par : $\begin{cases} U_0=9 \\ U_{n+1}=\dfrac{8U_n-6}{U_n+1} \end{cases}$

1) a) Soit la propriété $P:"\forall n\in IN, U_n\geq 6"$

Pour n=0 $U_0=9\geq 6\Rightarrow$ P est vraie pour n=0

Supposons que$(U_n\geq 6)$ montrons que $(U_{n+1}\geq 6)$

Or $U_n\geq 6\Rightarrow \begin{cases} U_n-6\geq 0 \\ U_n+1\geq 7\geq 0 \end{cases}\Rightarrow U_{n+1}-6\geq 0$

d'où $\forall n\in IN, U_n\geq 6$

b) $U_{n+1}-U_n=\dfrac{8U_n-6}{U_n+1}-U_n=\dfrac{8U_n-6-U_n{}^2-U_n}{U_n+1}$

$=\dfrac{-U_n{}^2+7U_n-6}{U_n+1}=\dfrac{(U_n-1)(6-U_n)}{U_n+1}$

Rq : $-x^2+7x-6=0\Rightarrow x'=1,x''=6\Rightarrow -x^2+7x-6=-(x-1)(x-6)=(x-1)(6-x))$

c) $U_n\geq 6\Rightarrow 6-U_n\leq 0$ ; $U_n-1\geq 5\geq 0$ et $U_n+1\geq 7\geq 0$

$\Rightarrow U_{n+1}-U_n\leq 0$

$\Rightarrow U$ est décroissante

2) a)

$U_{n+1}-6=\dfrac{2(U_n-6)}{U_n+1}$

$U_n\geq 6\Leftrightarrow U_n+1\geq 7\Leftrightarrow \dfrac{1}{U_n+1}\leq\dfrac{1}{7}\Leftrightarrow\dfrac{2}{U_n+1}\leq\dfrac{2}{7}\Leftrightarrow\dfrac{2(U_n-6)}{U_n+1}\leq\dfrac{2(U_n-6)}{7}$

D'où $U_{n+1}-6\leq\dfrac{2}{7}(U_n-6)$

b) Soit la propriété $P:"\forall n\in IN,U_n-6\leq 3(\dfrac{2}{7})^n"$

Pour n=0 $U_0-6=9-6=3\leq 3(\dfrac{2}{7})^0\Rightarrow P$ est vraie pour n=0

Supposons que $U_n-6\leq 3(\dfrac{2}{7})^n$ ,Montrons que $U_{n+1}-6\leq 3(\dfrac{2}{7})^{n+1}$ ?

On a $U_{n+1}-6\leq\dfrac{2}{7}(U_n-6)\Leftrightarrow U_{n+1}-6\leq\dfrac{2}{7}\times 3(\dfrac{2}{7})^n\Leftrightarrow U_{n+1}-6\leq 3(\dfrac{2}{7})^{n+1}$

D'où $\forall n\in IN,U_n-6\leq 3(\dfrac{2}{7})^n$

c) $U_n\geq 6\Leftrightarrow U_n-6\geq 0$

D'après 2)b) $|U_n-6|\leq 3(\dfrac{2}{7})^n$ et la suite $V_n=3(\dfrac{2}{7})^n$ est une suite

géométrique de raison $-1<q=\dfrac{2}{7}<1\Leftrightarrow\lim\limits_{n\to+\infty}V_n=0$

$\Leftrightarrow\lim\limits_{n\to+\infty}U_n=0$

***Exercice3 :***

1) $(1-i\sqrt{3})^3=1-3(i\sqrt{3})+3(i\sqrt{3})^2-(i\sqrt{3})^3=1-i3\sqrt{3}-9+i3\sqrt{3}=-8$

2) $(1-i\sqrt{3})^{2008}=(1-i\sqrt{3})^{3\times 669+1}=((-8)^{669}).(1-i\sqrt{3})$

***Exercice4 :***

1) $2+2i\sqrt{3}=\left[4,\dfrac{\pi}{3}\right]$ ; $1+i=\left[\sqrt{2},\dfrac{\pi}{4}\right]$

2) a)

$z'=(1+i)((1+\sqrt{3})+i(\sqrt{3}-1))=(1+\sqrt{3})+i(\sqrt{3}-1)+i(1+\sqrt{3})-(\sqrt{3}-1)$

$=1+\sqrt{3}+i\sqrt{3}-i+i+i\sqrt{3}-\sqrt{3}+1$

$=2+2i\sqrt{3}$

$$\Rightarrow z' = 2 + 2i\sqrt{3} = \left[4, \frac{\pi}{3}\right]$$

b) $$z = \frac{z'}{1+i} = \frac{\left[4, \frac{\pi}{3}\right]}{\left[\sqrt{2}, \frac{\pi}{4}\right]} \left[2\sqrt{2}, \frac{\pi}{3} - \frac{\pi}{4}\right] = \left[2\sqrt{2}, \frac{\pi}{12}\right]$$

c) $$z = 2\sqrt{2}\cos\frac{\pi}{12} + i2\sqrt{2}\sin\frac{\pi}{12} = (1+\sqrt{3}) + i(\sqrt{3}-1)$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2\sqrt{2}\cos\frac{\pi}{12} = 1+\sqrt{3} \\ 2\sqrt{2}\sin\frac{\pi}{12} = \sqrt{3}-1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \cos\frac{\pi}{12} = \frac{1+\sqrt{3}}{2\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}+\sqrt{6}}{4} \\ \sin\frac{\pi}{12} = \frac{\sqrt{3}-1}{2\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4} \end{cases}$$

$$\cos\frac{5\pi}{12} = \cos\left(\frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{12}\right) = \sin\frac{\pi}{12} = \frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$$

www.tunisie-etudes.info

Ce document a été téléchargé depuis
www.tunisie-etudes.info

Des documents gratuits, devoirs, examens, cours, exercices, corrigés... Ainsi que toute une rubrique pour vous aider à trouver un emploi sans oublier les avis de concours en direct

Notre page Twitter :
http://www.twitter.com/TunisieEtudes
Notre page FaceBook :
http://www.facebook.com/pages/wwwtunisie-etudesinfo/257388010106




Merci d'avoir choisi www.tunisie-etudes.info
Bonne lecture et bon travail